

Universidad Latina de Costa Rica  
Escuela de Ingeniería Civil  
Estructuras de Concreto I (LIC 20)

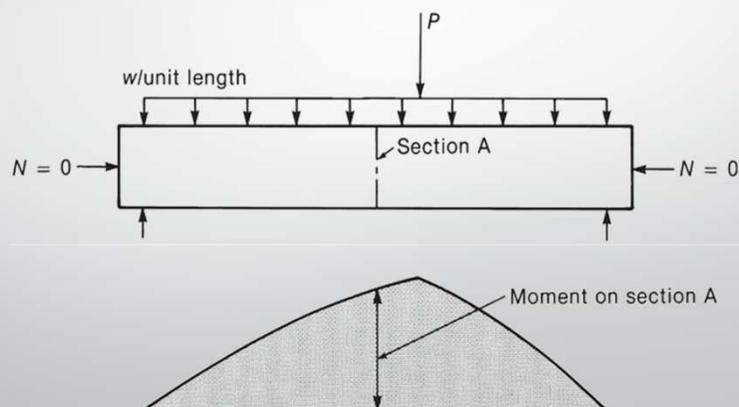


Prof.: Ing. Ronald Jiménez Castro  
III Cuatrimestre, 2022

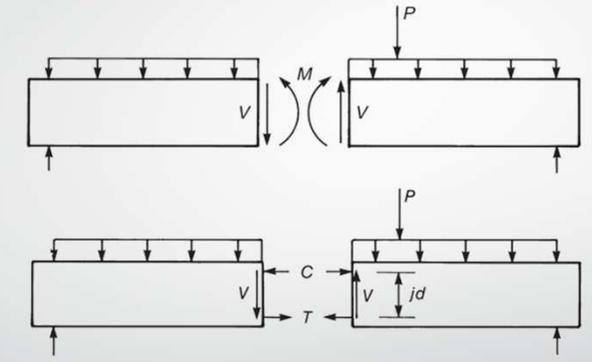
## Tema III: Fundamentos del diseño del concreto armado

Una viga es un elemento estructural que resiste las cargas aplicadas mediante momentos y cortantes internos.

De acuerdo a la siguiente figura, las fuerzas externas (puntuales y/o distribuidas) generan momentos flectores cuyo diagrama se muestra:



En cualquier punto de la viga, se requieren un momento interno resistente  $M$  y un cortante interno resistente  $V$  para equilibrar el momento y el cortante causados por las fuerzas externas.



El momento interno resistente  $M$  resulta de una fuerza en compresión  $C$  y una fuerza en tensión  $T$  separadas una distancia “ $jd$ ” :

$$M = (C \text{ ó } T) \times jd$$

La teoría elástica convencional para vigas en flexión no es aplicable al concreto reforzado debido a dos razones fundamentales:

- ✓ La relación esfuerzo-deformación para el concreto es no lineal para valores altos de esfuerzo
- ✓ El material se agrieta a valores bajos de esfuerzo lo cual hace necesario introducir acero de refuerzo.

Por tales razones, se deben hacer una serie de suposiciones a la teoría de flexión para ser consistente con el comportamiento del concreto reforzado.

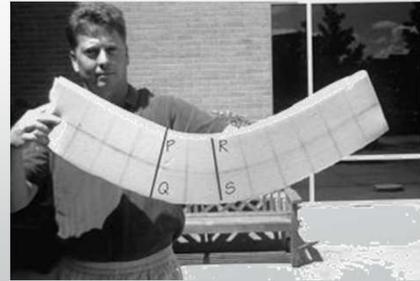
## *Hipótesis para determinar la resistencia nominal a flexión*

La teoría de flexión para concreto reforzado está basada en 3 suposiciones básicas:

1. La distribución de deformaciones unitarias es lineal, es decir, prevalece la Hipótesis de Bernoulli en la que las secciones planas antes de la flexión permanecen planas y perpendiculares al eje neutro después de la flexión.



*Viga previo a la flexión*



*Viga después de la flexión*

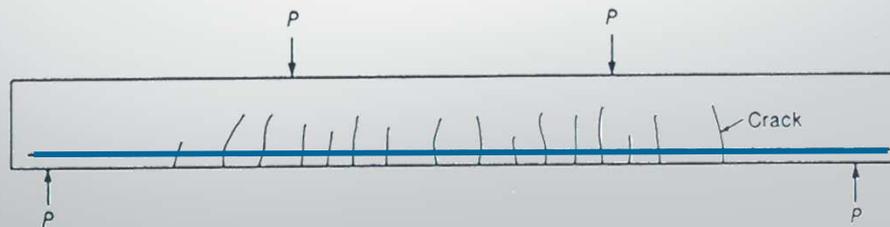
2. La deformación en el acero es igual a la deformación en el concreto que lo rodea, al mismo nivel.

3. El concreto posee una resistencia a la tensión muy baja y se agrieta en etapas tempranas de carga; aproximadamente cuando alcanza un 10% de su resistencia a la compresión. Por lo tanto, su capacidad a tensión se omite en los cálculos y se asume que el acero toma toda la fuerza en tracción.

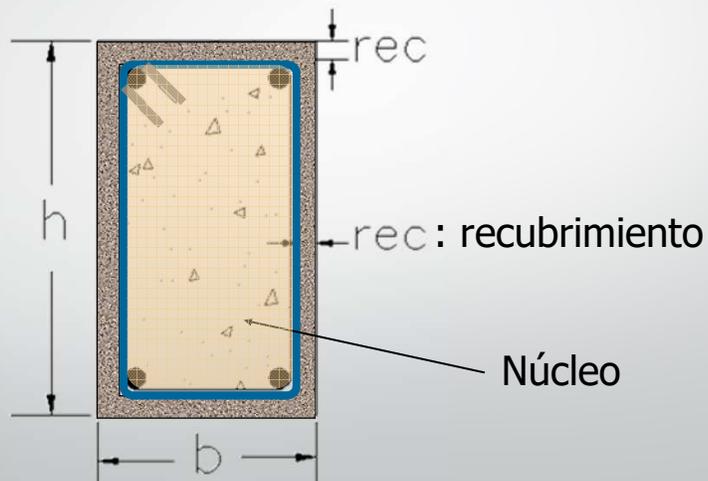
## Comportamiento a flexión de vigas de concreto reforzado

Las vigas de concreto simple (sin refuerzo) son ineficientes como elementos sometidos a flexión, debido a que la resistencia a la tensión es sumamente baja (por lo general, una décima parte de la resistencia a la compresión  $f'_c$ )

Por esta razón se colocan barras de acero de refuerzo en el lado sometido a tensión tan cerca como sea posible del extremo de la fibra sometida a tensión, conservando una protección adecuada del acero contra el fuego y la corrosión.



Lo anterior se logra mediante el **recubrimiento** ("cover") que se define como la porción de concreto entre la "cara" del elemento y la superficie más cercana del acero de refuerzo (los aros en el caso de una viga o columna).



*Tabla de recubrimientos mínimos en elementos de concreto*

Caso	Recubrimiento mínimo <sup>[1]</sup>
Concreto colocado contra la tierra y en contacto permanente con ella	7.5 cm.
Elementos expuestos a la intemperie o a la tierra	5.0 cm.
Vigas o columnas no expuestas a la intemperie ni en contacto con la tierra	4.0 cm.
Losas o muros no expuestos a la intemperie ni en contacto con la tierra	2.0 cm.

<sup>[1]</sup> En ambientes corrosivos u otras condiciones severas de exposición, estos valores deben incrementarse.

En la práctica, a menudo se presentan casos en los cuales no se respetan los valores de recubrimiento dados en la tabla anterior.

Lo anterior aumenta la posibilidad de que los agentes externos (agua, brisa marina, ácidos, etc.) entren en contacto con el acero de refuerzo y se produzca su oxidación.

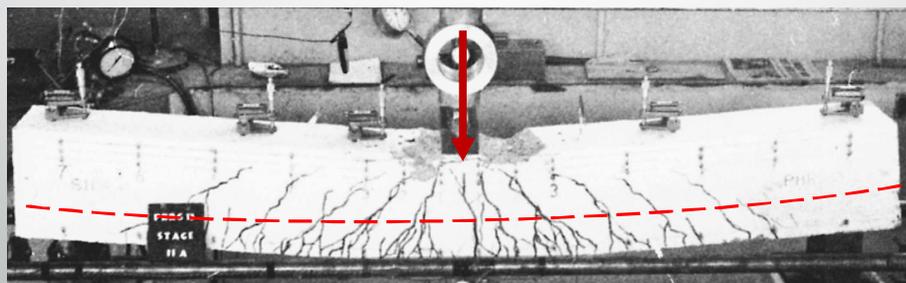


*Refuerzo transversal (aros) expuesto a la intemperie*



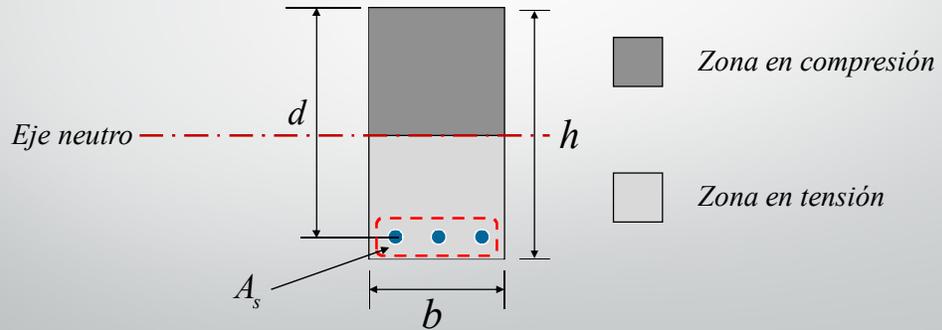
Para efectuar el diseño óptimo de una viga conviene conocer primeramente cómo se comporta el material durante la aplicación de las cargas.

Considérese un ensayo o prueba experimental en el cual se le aplica una carga puntual  $P$  en su punto medio a una viga simplemente apoyada. Como es de esperarse, la viga adopta una "curvatura tipo  $U$ " tal y como se muestra en la siguiente figura.



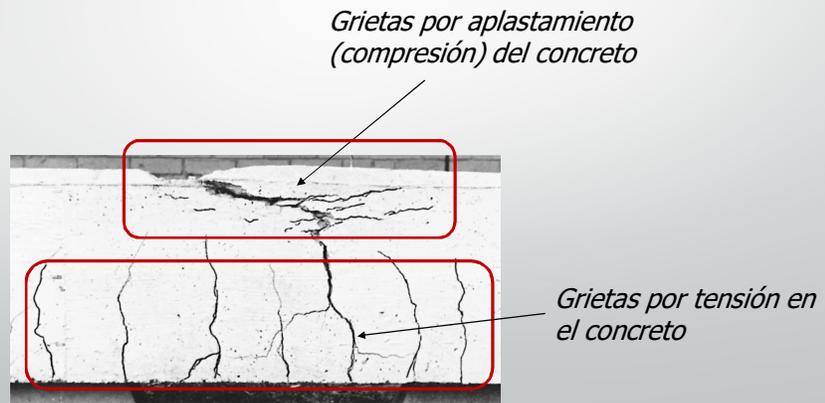
*Eje neutro*

Si se analiza en detalle una sección transversal del elemento, se observa que las "fibras" que se ubican por encima del eje neutro experimentan compresión mientras que las que están por debajo se tensionan. De hecho, los valores de máximos de compresión y tensión en la viga se presentan en las caras superior e inferior, respectivamente.



En esas circunstancias y dado que el concreto es sumamente débil a la tensión, tenderán a aparecer paulatinamente grietas en la parte inferior de la viga.

Y a medida que se incremente la carga, se generan también grietas en la parte superior debidas al aplastamiento del concreto.



Conservadoramente se desprecia el aporte del concreto para resistir fuerzas de tensión las cuales se asumen serán tomadas enteramente por el acero. Como se verá más adelante, las fórmulas tanto del análisis como del diseño de vigas de concreto reforzado requieren más que del peralte  $h$ , de la peralte efectivo  $d$ .

Este parámetro se define como la distancia de la fibra más alejada del concreto en compresión al centroide del acero longitudinal en tensión ( $A_s$ ).

Para efectos prácticos, y en tanto no se tenga mayor información para calcularlo de manera precisa, en este curso el valor  $d$  se obtendrá con la expresión:

$$d \cong h - 6cm \quad : \text{ Vigas con una sola capa de refuerzo}$$

$$d \cong h - 9cm \quad : \text{ Vigas con dos capas de refuerzo}$$

Cara en compresión

Notación empleada para el análisis y el diseño de vigas rectangulares de concreto reforzado (Caso de  $M^+$ )

En lo que respecta al refuerzo a flexión de una viga de concreto (longitudinal) se emplea la siguiente notación:

$A_s$  : Acero longitudinal en tensión (acero *principal*)

$A'_s$  : Acero longitudinal en compresión

A menudo, se hace referencia a las cantidades de acero longitudinal en términos porcentuales:

$$\rho_s = \frac{A_s}{bd} : \text{Porcentaje de acero longitudinal en tensión}$$

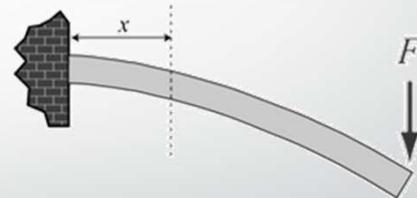
$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} : \text{Porcentaje de acero longitudinal en compresión}$$

### Concepto de momentos positivo y negativo

De acuerdo a la curvatura que adquiere la viga al ser deformada (*curva elástica*), se ha establecido la siguiente convención según se presente tensión en la cara inferior o superior de la misma.



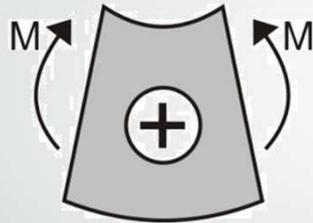
*Ejemplo de viga sometida a **Momento Positivo** (en toda su longitud)*



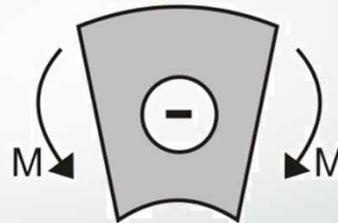
*Ejemplo de viga sometida a **Momento Negativo** (en toda su longitud)*

Una sección de viga está sometida a **momento positivo** cuando su cara inferior se tensa y su cara superior se comprime.

Por su parte, **momento negativo** implica tensión en la cara superior y compresión en la inferior.

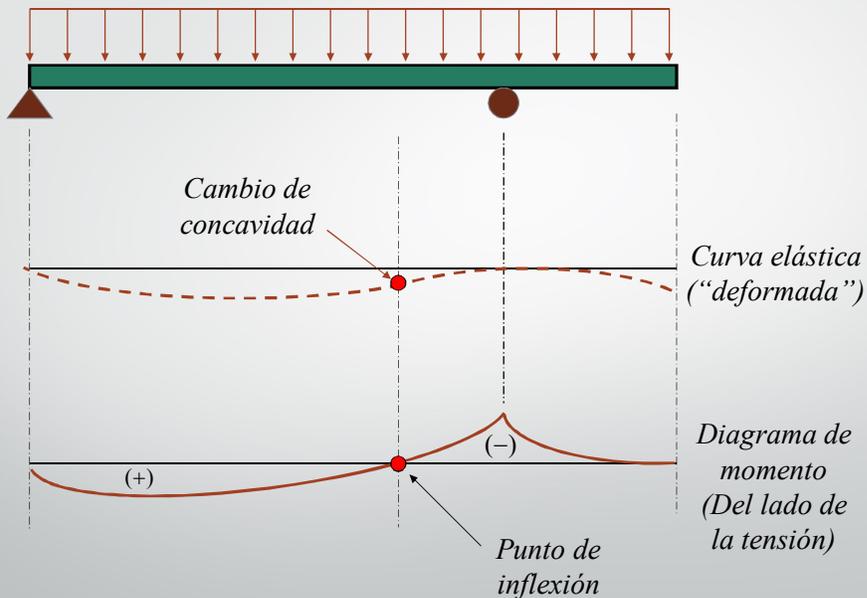


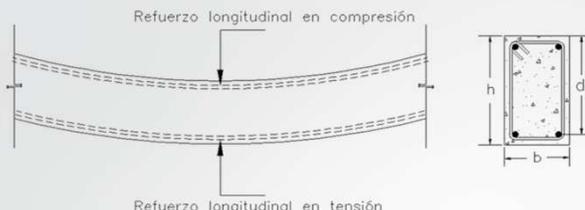
*Momento positivo  $M (+)$*



*Momento negativo  $M (-)$*

Tanto en cálculos manuales como a través de programas de Análisis Estructural se tiene la opción de decidir si los diagramas están del lado de la tensión o de la compresión. Usualmente se manejan de la primera forma por su similitud con la deformada.

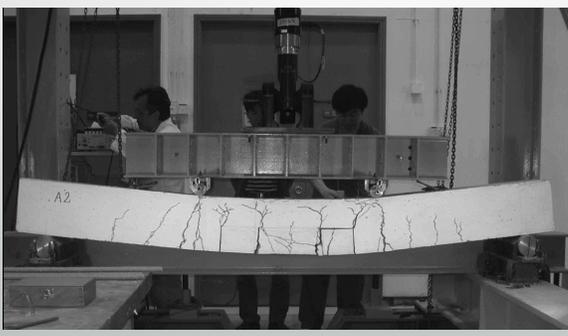




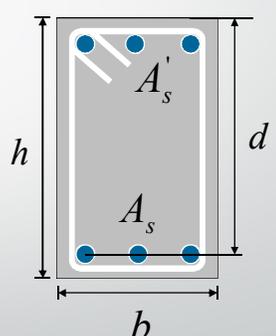
Refuerzo longitudinal en compresión

Refuerzo longitudinal en tensión

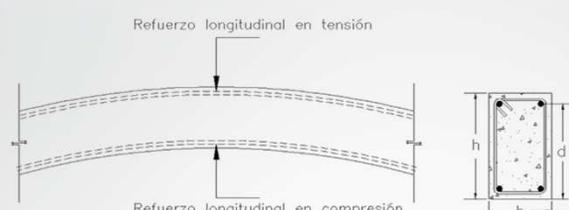
MOMENTO POSITIVO  
(tensión en la cara inferior de la viga)



$h$   $d$   $b$



$h$   $d$   $b$   $A_s$   $A_s'$



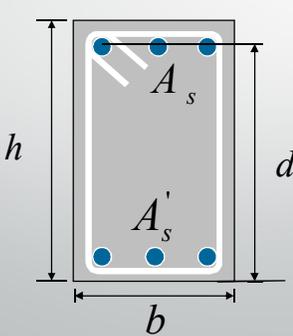
Refuerzo longitudinal en tensión

Refuerzo longitudinal en compresión

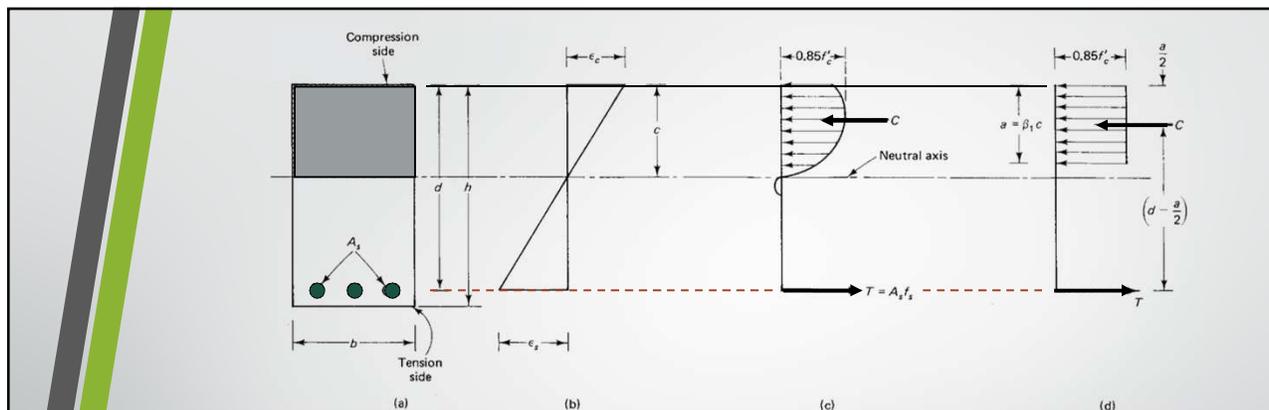
MOMENTO NEGATIVO  
(tensión en la cara superior de la viga)



$h$   $d$   $b$



$h$   $d$   $b$   $A_s$   $A_s'$

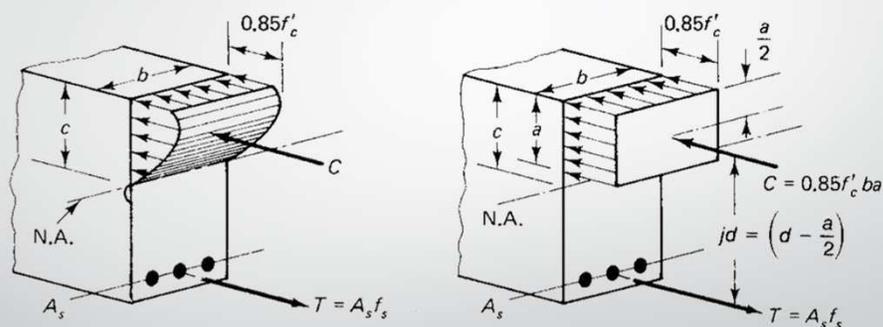


La distribución real de esfuerzos de compresión en el concreto es parabólica como lo muestra la figura anterior, esquema (c).

Sin embargo, en 1937 el investigador Charles S. Whitney, propuso un modelo simplificado en el cual reemplaza la parábola por un rectángulo de la misma área: Bloque de esfuerzos equivalente.

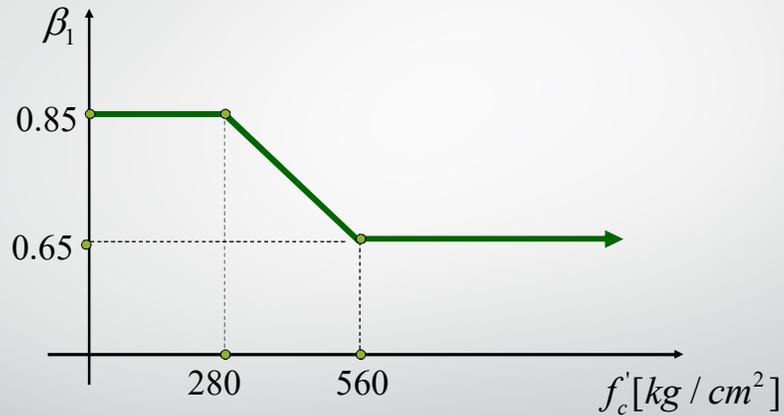
Para esto, fijó la intensidad del esfuerzo ("anchd") en  $0.85f'_c$  mientras que la "altura"  $a$  del rectángulo es proporcional a la profundidad del eje neutro  $c$ :

$$a = \beta_1 c$$



$c$ : profundidad del eje neutro o sea, la distancia entre éste y la fibra extrema en compresión del concreto.

Por su parte, el parámetro  $\beta_1$  depende de la resistencia a la compresión del concreto  $f'_c$ .

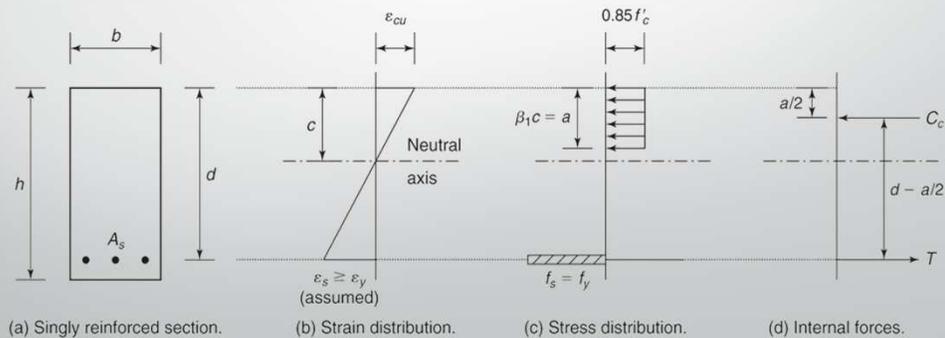


*Nota:*  
Para valores de  $f'_c$  entre 280kg/cm<sup>2</sup> y 560kg/cm<sup>2</sup>, se debe interpolar linealmente.

### Tema IV: Análisis y diseño de vigas a flexión

En este contexto, el término análisis consiste en determinar la capacidad a flexión de una viga con geometría y refuerzo dados.

Considérese una viga simplemente reforzada (se ignora el refuerzo en compresión) sujeta a momento positivo y sub-reforzada, es decir, primero fluirá el acero antes que el concreto en su fibra extrema en compresión alcance su deformación unitaria máxima  $\epsilon_{cu} = 0.003$ .



Una vez que se conoce la profundidad del eje neutro, se puede verificar la suposición de la fluencia del acero, mediante Regla del Tres planteada en el diagrama de deformaciones unitarias.

$$\varepsilon_s = \left( \frac{d-c}{c} \right) 0.003 \geq \varepsilon_y$$

Finalmente, se puede hallar una expresión que permita calcular la capacidad nominal a flexión de la viga:

$$M_n = T \left( d - \frac{a}{2} \right) = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

Usualmente se expresa en términos de la tensión en el acero:

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

La fuerza en compresión del concreto corresponde al volumen definido por el bloque de esfuerzos:

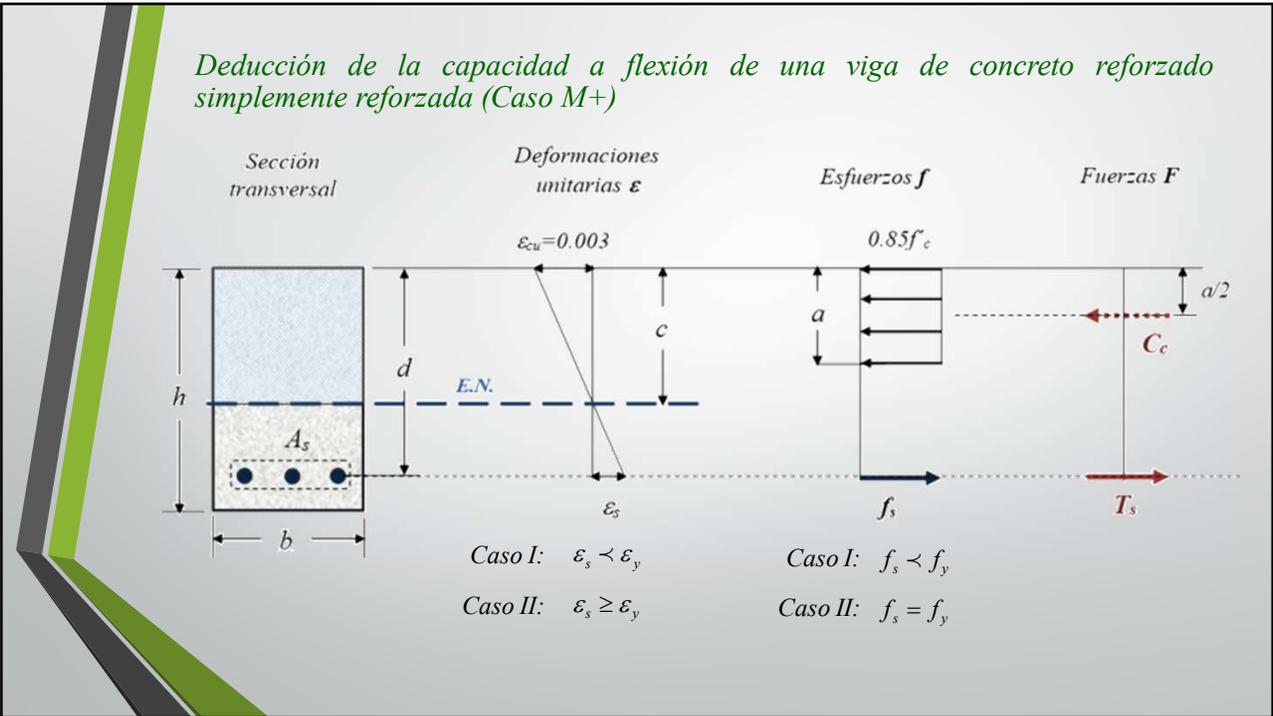
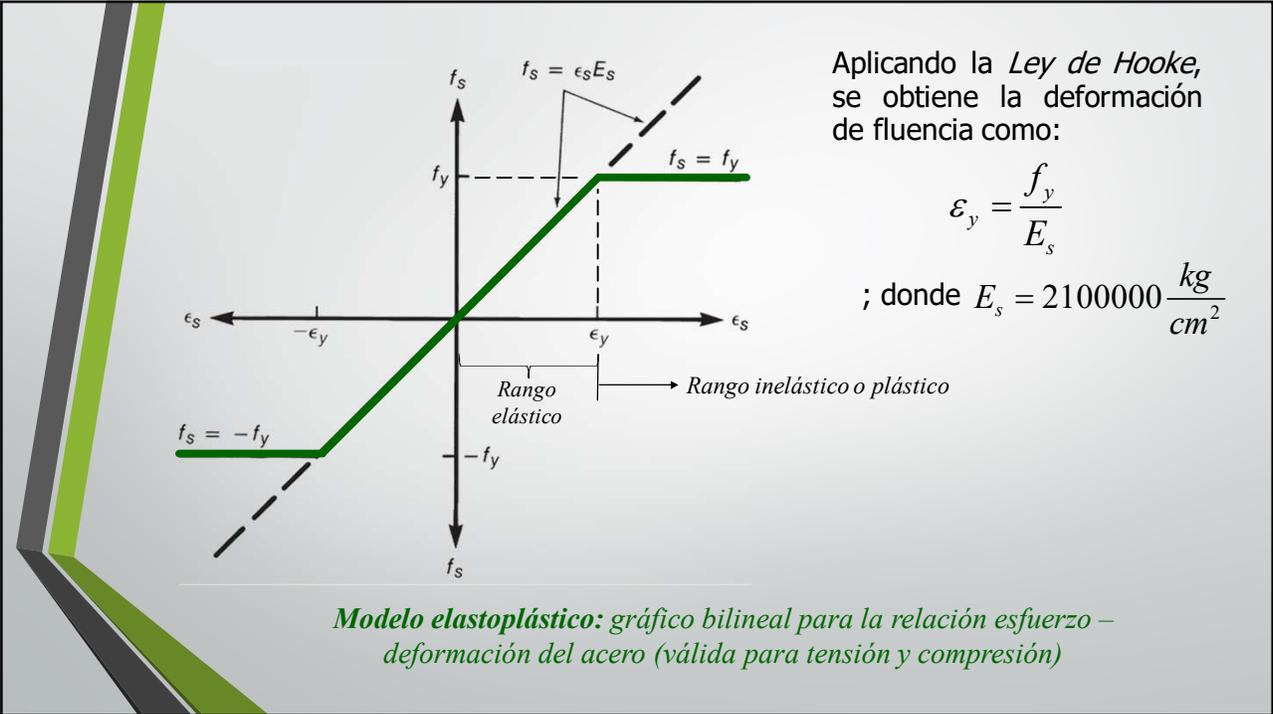
$$C_c = 0.85 f'_c ab$$

Sin embargo, este valor aún no se puede determinarse ya que se desconoce la posición del eje neutro  $c$  y por ende  $a = \beta_1 c$ . Igualmente es incógnita la fuerza de tensión en el acero  $T$  debido a que no se ha verificado si realmente el esfuerzo es  $f_y$ , como se asumió inicialmente. Por lo tanto, se debe plantear el equilibrio del sistema:

$$C_c = T$$

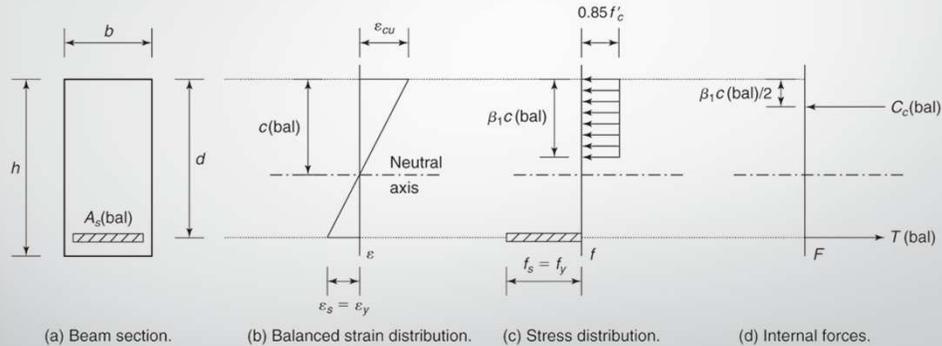
$$0.85 f'_c ab = A_s f_y$$

Y despejando  $a$ : 
$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$



### Condición de falla balanceada

La condición de *falla balanceada* corresponde a aquella en la cual de manera simultánea, el acero en tensión alcanza la deformación de fluencia  $\epsilon_y$  y en la cara en compresión, el concreto alcanza  $\epsilon_{cu}$ .



Esta condición es de suma importancia en la teoría del concreto reforzado ya que permite predecir el tipo de falla que exhibirá la viga de acuerdo a la cantidad de acero en tensión  $A_s$ .

### Fallas dúctiles y frágiles

En ediciones anteriores del Código *ACI 318*, se clasificaban las vigas en sub-reforzadas o sobrerreforzadas según tuvieran una cuantía de acero en tensión menor o mayor a la balanceada. Si bien ya no se recurre a esa definición, resulta muy valioso en términos del comportamiento de la viga.

Considérese ahora un ensayo a flexión de una viga *sobrerreforzada*, es decir, cuya área en tensión  $A_s$  es sumamente alta, de hecho, mayor a la correspondiente a la condición de falla balanceada  $A_{s,bal}$ .

Evidencia experimental muestra que la falla de este tipo de vigas se debe a la compresión del concreto la cual repentina, de naturaleza *frágil*.

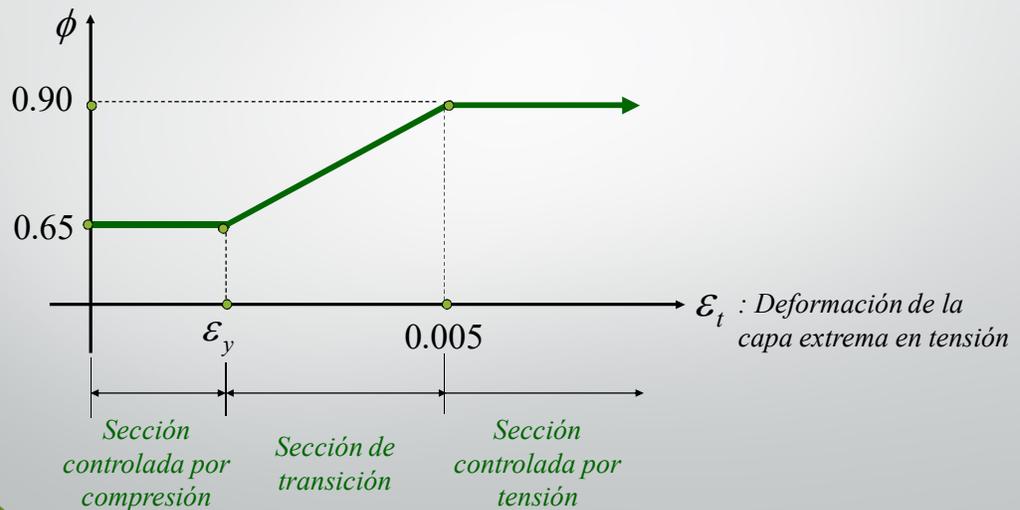
Este comportamiento, contrasta con el de una viga *subreforzada* ( $A_s$  menor que  $A_{s,bal}$ ) que exhibirá una falla *dúctil* que se caracteriza por grandes deflexiones y considerables espesores de grietas asociadas a la fluencia del acero. Esto permitirá tomar medidas para evitar un colapso del elemento.



Debido a estas diferencias en comportamiento, resulta altamente recomendable diseñar vigas dúctiles, propiciando la fluencia del acero antes que el aplastamiento del concreto.

Una muestra de lo anterior es el valor máximo que impone al Código Sísmico al porcentaje de acero en tensión  $\rho$  de **0.025**, que corresponde a 5 veces el límite a partir del cual se dará la falla controlada por la tensión.

El siguiente gráfico muestra claramente que los códigos de diseño (incluido el CSCR-10) aplican un menor factor de reducción  $\phi$  a aquellas vigas que procuren la fluencia del acero antes que el concreto llegue a su máxima deformación en compresión.



*"Diferentes" fórmulas, mismo concepto...*

Concreto reforzado: 
$$\begin{cases} M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \\ a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \end{cases}$$

Concreto presforzado: 
$$\begin{cases} M_n = A_{ps} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) \\ a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0.85 f'_c b} \end{cases}$$

Mampostería: 
$$\begin{cases} M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \\ a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_m b} \end{cases}$$

*Predimensionamiento de vigas de concreto*

El primer paso en el proceso de diseño de una estructura de concreto es proponer una geometría o tamaño para sus elementos.

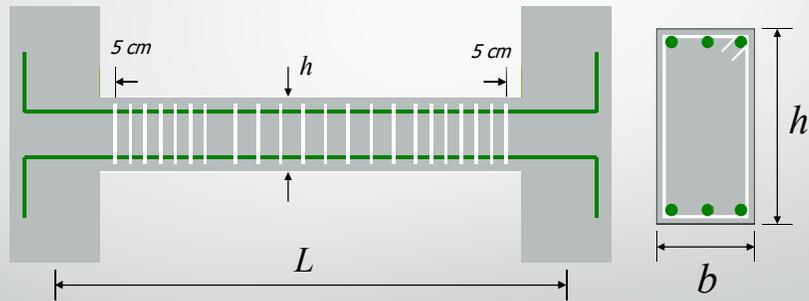
Independientemente del tipo de material del cual se construya, el predimensionamiento de una viga depende de múltiples factores tales como magnitud de la carga a soportar, distancia entre sus apoyos, calidad misma del material, entre otros.

Por tales razones, no existen fórmulas que permitan establecer con exactitud sus dimensiones.

Sin embargo, con base en la experiencia constructiva y siguiendo un criterio de proporcionalidad, se han propuesto relaciones que permiten al diseñador definir las dimensiones de la viga.

En el caso particular de vigas rectangulares de concreto reforzado sometidas a cargas normales (uso residencial o comercial), usualmente se propone un peralte  $h$  igual a un décimo de su luz  $L$ , es decir:

$$h \cong \frac{L}{10}$$



$b$  : Ancho  
 $h$  : Peralte  
 $L$  : Longitud o luz (centro a centro de apoyos)

Esta regla práctica resulta muy válida para condiciones más comunes de carga y longitud de viga. Por ejemplo, la siguiente figura muestra una terraza cuya distancia centro a centro entre columnas es de 3.80m, es decir:

$$L = 3.80m$$

Aplicando la fórmula:

$$h = \frac{3.80m}{10}$$

$$h = 0.38m = 38cm$$

Por razones prácticas:

$$h = 40cm$$



En cuanto al ancho  $b$  de la viga, no existe una regla análoga. El criterio que se emplea es que el ancho de la viga deber ser tal que permita acomodar las varillas y que el concreto pueda llenar por completo la formaleta. De esta forma se evita que se formen "hormigueros".



#### *Problemas asociados a la congestión del refuerzo*

Normalmente se proponen anchos con valores múltiplos de 5cm (20cm, 25, 30cm, etc.) y que estén entre un medio y un tercio de la altura de la viga (peralte  $h$ )

#### *Diseño de vigas rectangulares a flexión simplemente reforzadas*

Diseñar una viga de concreto a flexión es determinar no solo la **cantidad** sino también la **posición** adecuada del refuerzo para resistir un momento interno  $M_u$  producto de las fuerzas externas.

$$\underbrace{\phi M_n}_{\text{Resistencia disponible (Capacidad)}} \geq \underbrace{M_u}_{\text{Resistencia requerida (Demanda)}}$$

En otras palabras, en un ejercicio de diseño la incógnita es la cantidad acero requerida  $A_{s,req}$  y los datos con los cuales se cuenta son:  $b$ ,  $d$ ,  $f'_c$ ,  $f_y$  y el momento máximo  $M_u$ , éste último proveniente del análisis estructural.

Una vez que se obtiene la cantidad de acero requerida por la viga, se busca en la siguiente tabla una cantidad dada de varillas cuya área sea igual o mayor a ella:

### Áreas de acero (cm<sup>2</sup>)

(Vigas, columnas)

Varilla	Diámetro (cm)	Cantidad de varillas					
		1	2	3	4	5	6
#3	0.96	0.71	1.42	2.13	2.84	3.55	4.26
#4	1.27	1.29	2.58	3.87	5.16	6.45	7.74
#5	1.59	1.98	3.96	5.94	7.92	9.90	11.88
#6	1.91	2.84	5.68	8.52	11.36	14.20	17.04
#7	2.22	3.87	7.74	11.61	15.48	19.35	23.22
#8	2.54	5.10	10.20	15.30	20.40	25.50	30.60

Si no fuera posible hallar una combinación con un solo tipo de varilla es válido proponer una opción que incluya como máximo dos calibres diferentes. Por ejemplo: 2#5+1#3 ó 3#6+2#4

La cantidad de acero en tensión  $A_s$  que se proponga debe satisfacer simultáneamente dos criterios:

➤ Acero mínimo  $A_{s, \min}$  :

La cantidad mínima de acero será el mayor valor entre :

$$A_{s, \min, 1} = \frac{14}{f_y} \cdot b \cdot d \quad \text{y} \quad A_{s, \min, 2} = \frac{0.8 \sqrt{f'_c}}{f_y} \cdot b \cdot d$$

➤ Acero máximo  $A_{s, \max}$  :

El artículo 8.2.2 del CSCR-2010 define la cantidad máxima de acero en tensión de una viga. Esto tiene como objetivo garantizar una falla dúctil del elemento.

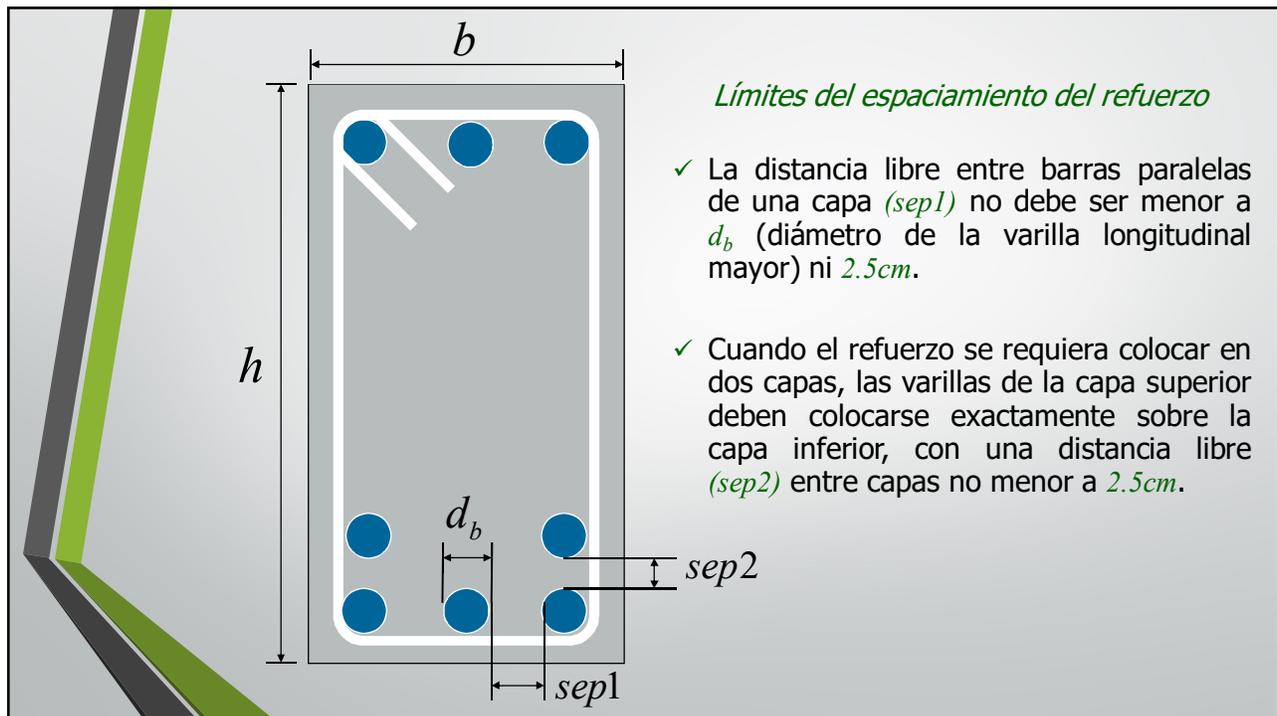
$$\rho_{\max} = 0.025$$

Una vez que se propuso una configuración de refuerzo (es decir, cantidad y calibre de varillas) se debe verificar que el ancho  $b$  es adecuado, es decir; que la armadura permitirá el paso del concreto durante la chorrea.

De esta manera se evitan discontinuidades en la viga las cuales reducen notablemente su resistencia y rigidez.

CANTIDAD DE VARILLAS QUE PUEDE ACOMODARSE EN UNA SOLA CAPA PARA DIFERENTES ANCHOS DE VIGA

Ancho de viga (cm)	Varilla longitudinal mayor						Varilla longitudinal mayor				
	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#4	#5	#6	#7	#8
15	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
20	4	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3
25	6	5	5	4	4	4	5	4	4	4	4
30	7	6	6	5	5	5	6	6	5	5	5
35	9	8	7	7	6	6	8	7	7	6	6
40	10	9	8	8	7	7	9	8	8	7	7
	Aro #3						Aro #4				



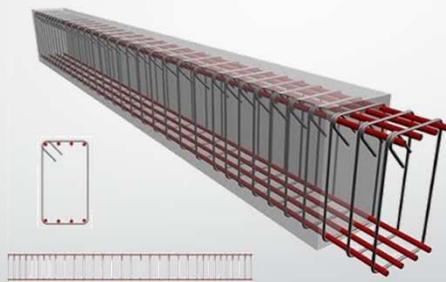
## 8.2.4 Capacidad en flexión

La capacidad en flexión para momento positivo, en cada uno de los extremos del elemento, no debe ser inferior a la mitad de la capacidad para momento negativo en ese extremo. Las capacidades para momentos positivos o negativos, en cualquier otra sección del elemento, no deben ser inferiores al 25% de la máxima capacidad de ese elemento.

*Requerimientos del Código Sísmico de Costa Rica sobre capacidades a flexión en vigas*

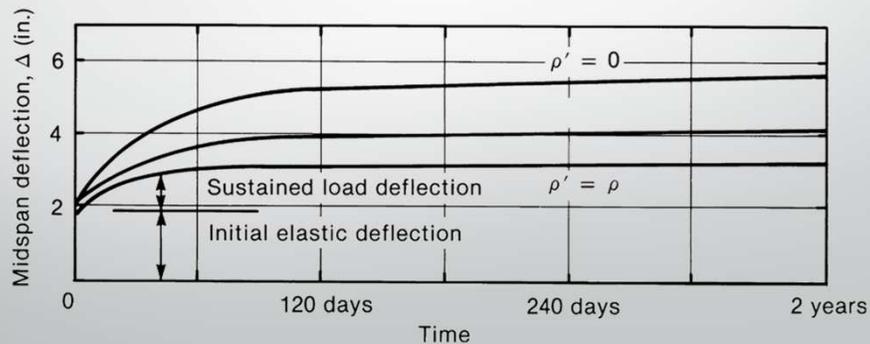
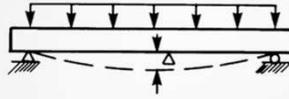
## *Análisis a flexión de vigas doblemente reforzadas*

Las vigas doblemente reforzadas, es decir, con refuerzo tanto en tensión como en compresión; se requieren cuando por restricciones arquitectónicas el peralte no se puede incrementar y la sección no es capaz de resistir el momento aplicada aunque se le provea la cantidad máxima permitida.



Hay 5 razones por las cuales conviene emplear refuerzo en compresión en una viga:

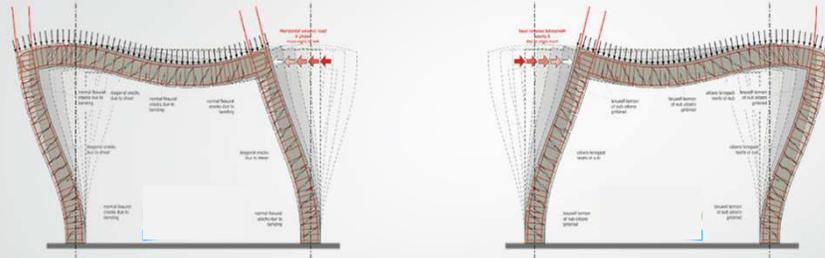
1. **Reduce las deflexiones a largo plazo:** Abundante evidencia experimental ha mostrado que el refuerzo en compresión sirve para controlar las deflexiones a largo plazo. El flujo plástico ("creep") del concreto en compresión trasfiere la carga al acero en compresión lo cual retrasa el aplastamiento del concreto.



2. **Incrementa la ductilidad:** La adición de acero en compresión causa una reducción en la profundidad del bloque rectangular de esfuerzos  $a$  lo que a su vez incrementa la deformación unitaria en el acero. Esto conduce a un comportamiento dúctil, lo cual es conveniente en zonas sísmicas.
3. **Cambia el modo de falla:** Cuando se adiciona a la viga una cantidad apropiada de acero en compresión, esta zona adquiere tal resistencia que propicia que el acero en tensión fluya primero antes que el concreto se aplaste (Falla dúctil).
4. **Facilidad constructiva:** Las varillas en compresión permiten mantener los aros en su correcta ubicación durante el proceso de colado y vibrado.



5. **Reversión de esfuerzos:** Los cuales pueden eventualmente darse debido a cargas laterales (sismo o viento).



El cálculo de la capacidad a flexión de vigas doblemente reforzadas puede hacerse a través del diagrama de flujo mostrado a continuación; en el cual se define el estado de deformaciones, esfuerzos y fuerzas correspondiente a una posición del eje neutro  $c$  hasta garantizar el equilibrio de fuerzas.

*Notación (Caso  $M^+$ )*

